&TZ.J, bn^ essendo le distanze normali, nello stesso punto (u, t/), di due curve contigue del sistema 9 = cost., e di due del sistema $ = cost. Se ne conclude che : prendendo gli incrementi Scp, S^ eguali fra loro, le curve 9 = cost., fy = cost. dividono la superficie in quadrati infinitamente piccoli, cioè sono curve isometriche.

Sostituendo nelle (7) il valore /= 9 -|- ify, si trovano le seguenti quattro equazioni reali :

(9) £Éi ^r — -ir —
jc ^r
H -- df du du du H dv

dv du__ $9 du dv
H du H 'dv'

delle quali due qualunque sono una conseguenza delle rimanenti. Queste formole contengono le relazioni necessarie e sufficienti a caratterizzare le due parti, reale ed imagi-nana, di una funzione f della specie qui considerata. Eliminando la funzione si trova

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{G\frac{\partial \varphi}{\partial u}-F\frac{\partial \varphi}{\partial v}}{H}\right)+\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{E\frac{\partial \varphi}{\partial v}-F\frac{\partial \varphi}{\partial u}}{H}\right) = o;$$

ed un'equazione della medesima forma ottiensi eliminando 9. Questi due risultati possono scriversi [art. I, eq. (3)] :

e conscguentemente si ha del pari

come direttamente si deduce anche dalle (7). Dunque: le funzioni f hanno la proprietà di avere ambedue i parametri differenziali eguali a %ero ; e le loro due componenti reali 9 e ty hanno il parametro di 2° ordine eguale a ^ero.

Una funzione reale 9, soddisfacente all'equazione $A_2$9 = o, può sempre considerarsi come la parte reale di una funzione, /. Infatti, qualunque sia la funzione reale 9, l'equazione 9 = cost. rappresenterà un sistema di curve, che saranno tagliate ortogonalmente dalle curve di un certo altro sistema W = cost., talché si avrà

ossa = 0,

dv \ dv du du dv